Universidad del Zulia
Núcleo Costa Oriental del Lago
Programa de Ingeniería Ambiental
Unidad Curricular: **CÁLCULO I**

FÓRMULAS ARITMÉTICAS

PARA FRACCIONES

Número mixto

Para pasar de número mixto a fracción impropia, se deja el mismo denominador y el numerador es la suma del producto del entero por el denominador más el numerador, del número mixto.

$$a\frac{b}{c}=\frac{a\cdot c+b}{c}$$

Fracciones equivalentes

Dos fracciones son equivalentes cuando el producto de extremos es igual al producto de medios.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \qquad si \qquad a\cdot d=b\cdot c$$

Reducción de fracciones a común denominador

1) Se determina el denominador común, que será el mínimo común múltiplo de los denominadores.

2) Este denominador, común, se divide por cada uno de los denominadores, multiplicándose el cociente obtenido por el numerador correspondiente.

Suma y resta de fracciones

Con el mismo denominador: Se suman o se restan los numeradores y se mantiene el denominador.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b} \quad \text{ó} \quad \frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$$

Con distinto denominador: En primer lugar se reducen los denominadores a común denominador, y se suman o se restan los numeradores de las fracciones equivalentes obtenidas.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d}$$

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d}$$

Multiplicación de fracciones

El producto de dos fracciones es otra fracción que tiene:

- Por numerador el producto de los numeradores
- Por denominador el producto de los denominadores

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$$

División de fracciones

El cociente de dos fracciones es otra fracción que tiene:

- Por numerador el producto de los extremos
- Por denominador el producto de los medios

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$$

POTENCIAS

Potencias de exponente 0

$a^0 = 1$

Potencias de exponente 1

$a^1 = a$

Potencias de exponente entero negativo

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \qquad a \neq 0$$

Potencias de exponente racional

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Potencias de exponente racional y negativo

$$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$$

Multiplicación de potencias con la misma base

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

División de potencias con la misma base

$a^m : a^n = a^{m-n}$

Potencia de una potencia

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

Multiplicación de potencias con el mismo exponente

$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

División de potencias con el mismo exponente

$a^n : b^n = (a : b)^n$

Potencias de base negativa

Para determinar el signo de una potencia de base negativa, se tiene que tomar en cuenta que:

1) Las potencias de exponente par son siempre positivas.

$$(+)^{par} = +$$

$$(-)^{par} = +$$

2) Las potencias de exponente impar tiene el mismo signo de la base.

$$(+)^{impar} = +$$

$$(-)^{impar} = -$$

Potencias de exponente negativo

La potencia de un número con exponente negativo, es igual al inverso del número elevado a exponente positivo

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \qquad \text{si } a \neq 0$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$$

PROPIEDADES DE LOS RADICALES

Producto de radicales

1. Radicales del mismo índice: Para multiplicar radicales con el mismo índice se multiplican los radicandos y se deja el mismo índice.

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

2. Radicales de distinto índice: Primero se **reducen a índice común** y luego se multiplican.

Cociente de radicales

1. Para dividir radicales con el mismo índice se dividen los radicandos y se deja el mismo índice.

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

2. Radicales de distinto índice: Primero **se reducen a índice común** y luego se dividen.

Potencia de radicales

Para elevar un radical a una potencia se eleva a dicha potencia el radicando y se deja el mismo índice**.**

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

Raíz de un radical

La raíz de un radical es otro radical de igual radicando y cuyo índice es el producto de los dos índices.

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

Racionalizar radicales

Consiste en quitar los radicales del denominador, lo que permite facilitar el cálculo de operaciones como la suma de fracciones.

Podemos distinguir tres casos.

- Del tipo

$$\frac{a}{b\sqrt{c}}$$

Se multiplica el numerador y el denominador por $\sqrt{c}$.

$$\frac{a}{b\sqrt{c}} = \frac{a \cdot \sqrt{c}}{b\sqrt{c} \cdot \sqrt{c}} = \frac{a \cdot \sqrt{c}}{b\left(\sqrt{c}\right)^2} = \frac{a \cdot \sqrt{c}}{b \cdot c}$$

- Del tipo

$$\frac{a}{b\,\sqrt[n]{c^m}}$$

Se multiplica numerador y denominador por $\sqrt[n]{c^{n-m}}$.

$$\frac{a}{b\,\sqrt[n]{c^m}} = \frac{a\cdot\sqrt[n]{c^{n-m}}}{b\,\sqrt[n]{c^m}\cdot\sqrt[n]{c^{n-m}}} = \frac{a\cdot\sqrt[n]{c^{n-m}}}{b\,\sqrt[n]{c^m\cdot c^{n-m}}} = \frac{a\cdot\sqrt[n]{c^{n-m}}}{b\,\sqrt[n]{c^n}} = \frac{a\cdot\sqrt[n]{c^{n-m}}}{b\cdot c}$$

- Del tipo $\frac{a}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}$, y en general cuando el denominador sea un binomio con al menos un radical.

Se multiplica el numerador y denominador por el conjugado del denominador.

$$\frac{a}{\sqrt{b}+\sqrt{c}} = \frac{a\left(\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)}{\left(\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)\left(\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)} = \frac{a\sqrt{b}-a\sqrt{c}}{\left(\sqrt{b}\right)^2-\left(\sqrt{c}\right)^2} = \frac{a\sqrt{b}-a\sqrt{c}}{b-c}$$