REPÚBLICA BOLIVARIANA DE VENEZUELA
NÚCLEO COSTA ORIENTAL DEL LAGO
PROGRAMA DE INGENIERÍA
UNIDAD CURRICULAR: **CÁLCULO I**

FUNCIONES

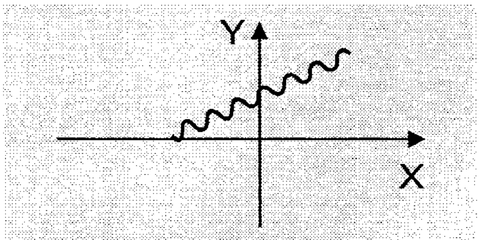
Aspectos básicos para el análisis gráfico

Autor: Prof. Paola Molero Mendez
Adaptado:Ing. Roger J. Chirinos S., MSc.

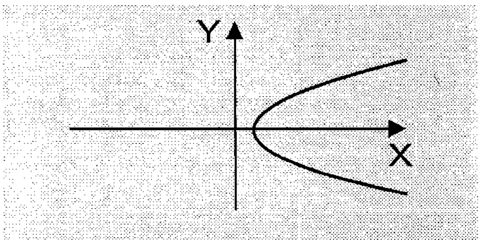
Ciudad Ojeda, Mayo de 2012

4. Función

Una función f de un conjunto D a un conjunto E, es una regla de correspondencia que asigna a cada elemento x de D un elemento único y de E.



Función



No es función

4.1. Características de las funciones

a. Dominio de una función

Se llama dominio de una función al conjunto de valores de X que hacen que la función esté definida dentro del campo de los números reales. Ej:

$y = \frac{1}{x}$ Dom: $\mathbb{R} - \{0\}$ $y = \sqrt[3]{2x-3}$ Dom: $\mathbb{R}$

$y = \sqrt{x}$ Dom: $x \geq 0$, $[0,+\infty)$ $y = 2x^2 - 6x$ Dom: $\mathbb{R}$

b. Rango de una función

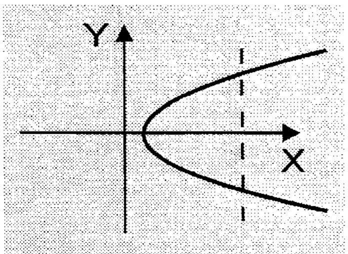
Se llama Rango al conjunto de valores de Y que son imágenes de los valores de X.

c. Gráfica de una función

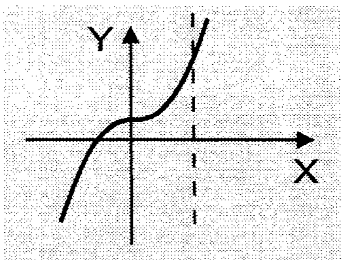
La gráfica de una función está formada por un conjunto de puntos (x, y), donde debe cumplirse que los x pertenecen al dominio de la función y los y pertenecen al rango.

$\{(x, y) \mid x \in Df, y \in \mathbb{R}\}$

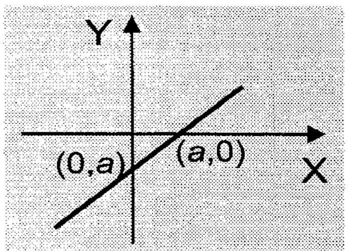
Una curva del plano corresponde a la gráfica de una función si y sólo si ninguna recta vertical intercepta a la curva más de una vez.



No es función



Función



Cortes

d. Cortes

En un plano cartesiano todos los puntos que están sobre el eje X tienen como abscisa a a y como ordenada 0, y viceversa.

e. Función Par

Una función es par si $f(x) = f(-x)$. Ejemplo:

$$\left.\begin{array}{l} f(x) = x^2 + 1 \\ f(-x) = (-x)^2 + 1 = x^2 + 1 \end{array}\right\} \text{Par} \qquad \left.\begin{array}{l} f(x) = 2x + 5 \\ f(-x) = -2x + 5 \end{array}\right\} \text{No es Par}$$

f. Función Impar

Una función es impar si $f(x) = -f(-x)$. Ejemplo.

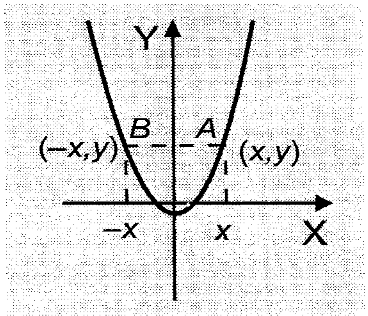
$$\left.\begin{array}{l} f(x) = x^3 \\ -f(-x) = -(-x)^3 = x^3 \end{array}\right\} \text{Impar} \qquad \left.\begin{array}{l} f(x) = 2x + 5 \\ -f(-x) = -(-2x + 5) = 2x - 5 \end{array}\right\} \text{No es Impar}$$

Nota: El hecho de que una función no sea par, no indica que tenga que ser impar.

g. Simetrías

Simetría respecto al eje Y. Simetría respecto de una recta

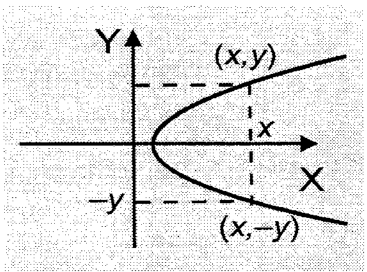
Dos puntos A y B son simétricos respecto de una recta *l*, si ésta corta perpendicularmente y en su punto medio al segmento $\overline{AB}$ que une dichos puntos.



Para que una función sea simétrica respecto del eje Y, basta cambiar el par (x, y) por el par $(-x, y)$, si ambos pertenecen a la ecuación serán simétricos respecto al eje Y.

Esto quiere decir que toda función simétrica respecto al eje Y es par.

Simetría respecto al eje X

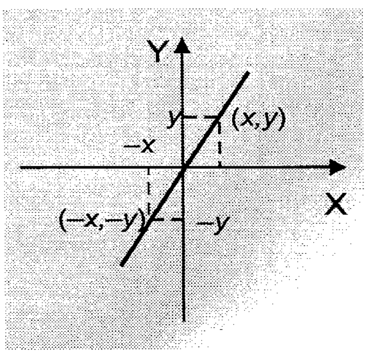


Dos puntos de una curva son simétricos respecto al eje X, si se puede sustituir el par (x, y) por el par $(-x, y)$.

Basándonos en la definición de función, se concluye que estas NUNCA pueden ser simétricas al eje X.

Simetría con respecto al origen. Simetría respecto a un punto

Para que dos puntos sean simétricos respecto a un punto dado, ese punto dado debe ser el punto medio del segmento que une los dos puntos.



Una función es simétrica respecto al origen si todo punto (x, y) de la curva tiene un correspondiente $(-x, -y)$ que también pertenece a la curva.

Esto quiere decir que toda función simétrica respecto al origen es impar.

Nota: La gráfica de una función par es simétrica respecto al eje Y. La gráfica de una función impar es simétrica respecto al origen.

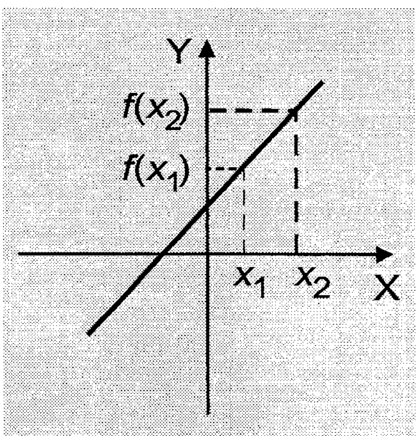
h. Crecimiento y decrecimiento de una función

Una función f se dice que es creciente si para todo $x_1 < x_2$ las imágenes también crecen.

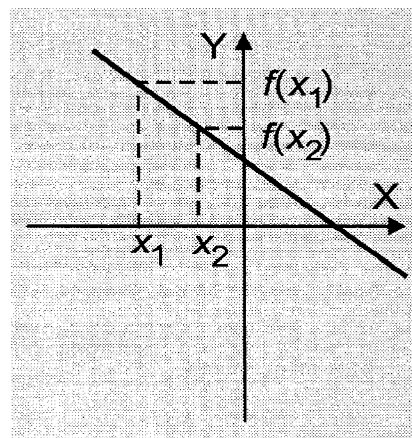
$f, \forall x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

Una función f es decreciente si para todo $x_1 < x_2$ todas las imágenes van decreciendo.

$f, \forall x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$



Función creciente



Función decreciente

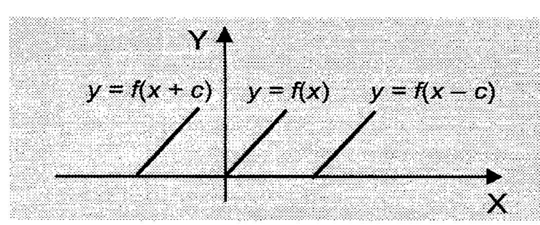
Nota: Para apreciarlo gráficamente, debemos observar las funciones de izquierda a derecha.

i. Desplazamientos

Horizontales

a. La gráfica de $y = f(x - c)$, está desplazada c unidades hacia la derecha.

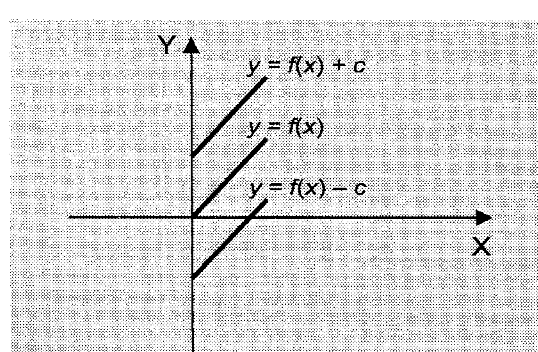
b. La gráfica de $y = f(x + c)$, está desplazada c unidades hacia la izquierda.



Verticales

a. La gráfica de $y = f(x) + c$, está desplazada c unidades hacia arriba.

b. La gráfica de $y = f(x) - c$, está desplazada c unidades hacia abajo.

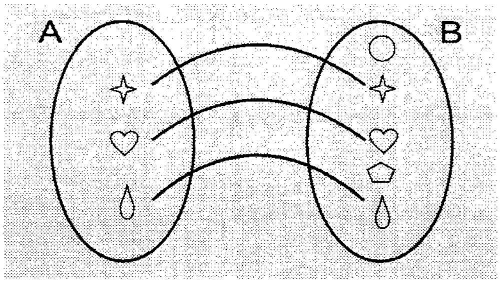


j. Tipos de funciones

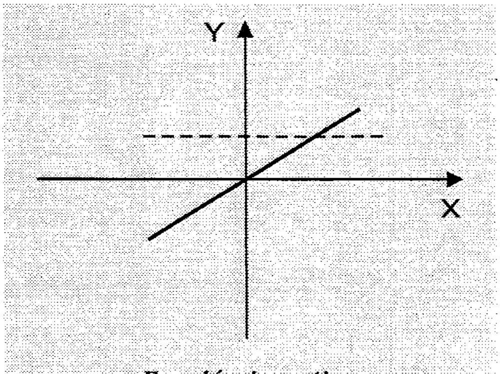
Las funciones pueden ser inyectivas, sobreyectivas y biyectivas.

Función inyectiva

Una función es inyectiva cuando para cada par de elementos diferentes del dominio existen imágenes diferentes en el recorrido.



Para reconocer gráficamente si una función es inyectiva o no, basta trazar una recta horizontal al eje X; si ésta corta la gráfica en más de un punto, no se considera inyectiva.



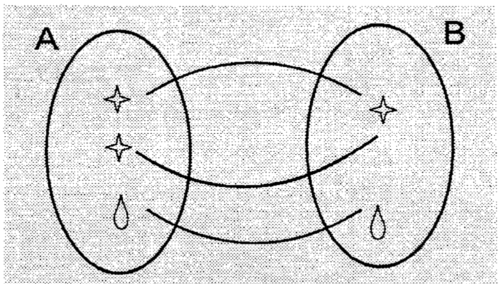
Función inyectiva

Función sobreyectiva

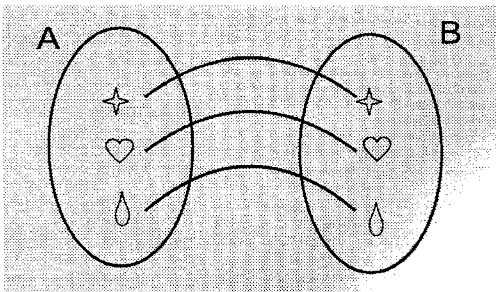
Una función que va de A a B es sobreyectiva si todo elemento de B es imagen de por lo menos un elemento de A.

Función biyectiva

Una función es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva.



Función sobreyectiva



Función biyectiva