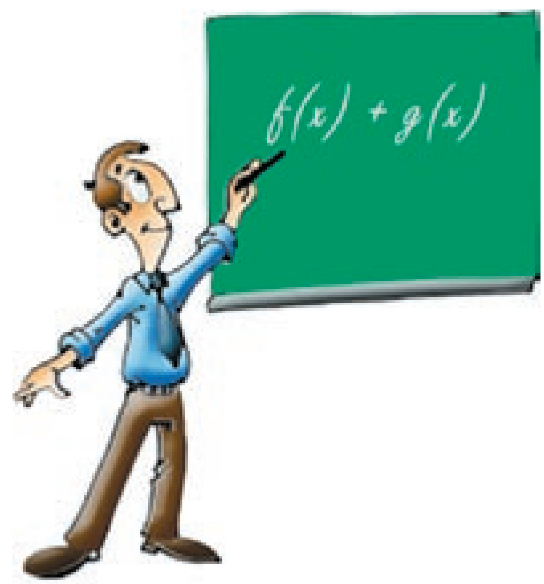
FUNCIÓN RACIONAL

Ya estudiamos las funciones lineales y cuadráticas, ahora estudiaremos las funciones racionales que son expresiones que tienen forma parecida a los números racionales o fraccionarios, como también se les conoce, un numerador y un denominador, en el caso que vamos a estudiar estos términos serían funciones. También se les conoce como funciones polinómicas porque sus términos son polinomios. Atendiendo a estos señalamientos la función racional se expresa de la siguiente manera:

$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)} \qquad \text{con} \qquad h(x) \neq 0$$



Estudiemos dos de de las más usuales:

1. Funcion donde el numerador es una constante y el denominador un monomio de grado 1.

Ejemplo: $f(x) = \frac{1}{x}$ con $x \neq 0$

Es una función racional, debido a que su numerador es la función constante y su denominador es la función identidad.

2. Funcion donde el **numerador** es una constante y el **denominador** un binomio de grado 1.

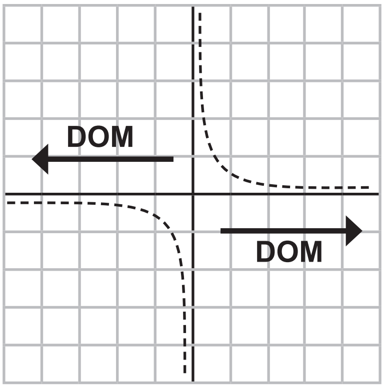
Ejemplo: $f(x) = \frac{2}{x - 3}$ con $x \neq 3$

En este caso el valor 3 para x anula el denominador por lo que f(x) existe para x diferente de 3.

Tanto el numerador como el denominador pueden ser cualquier polinomio, siempre y cuando no existan valores para la o las variables que anulen el denominador, es decir el denominador debe ser diferente de cero.

Dominio y rango de la función racional.

a. El dominio de la función racional, está formado por todos los valores de "x" en donde la función esté definida.



Como la división por cero no está definida, **se excluyen** del dominio los valores de “x” que anulan el denominador.

En el ejemplo: $f(x) = \dfrac{1}{x}$ con $x \neq 0$

Para hallar su dominio se excluyen los valores de x que anulen el denominador y para ello se iguala a cero este último.

En la gráfica vemos que:

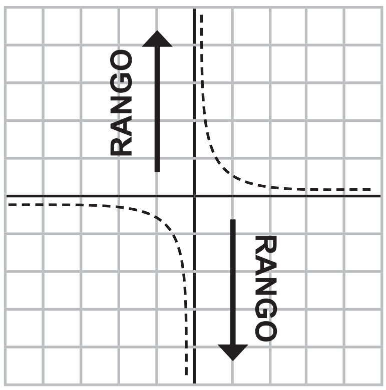
Entre $-\infty$ y 0 la curva varía entre 0 y $-\infty$, es decir, cuando x se acerca a 0, f(x) se aproxima a $-\infty$ y cuando x se aproxima a $-\infty$ f(x) se acerca a 0, siendo ∞ el símbolo de infinito.

Entre 0 y $+\infty$ la curva varía entre 0 y $+\infty$, es decir, cuando x se acerca a 0, f(x) se aproxima a $+\infty$ y cuando x se aproxima a $+\infty$ f(x) se acerca a 0.

Cuando la función toma el valor de cero, no existe; ya que la división por cero no está definida.

Entonces el Dominio de esta función está formado por todos los números reales menos el cero, es decir Dom **f(x) = IR - { 0 }.**

También se dice, que en **x = 0** la función tiene una **asíntota vertical**.



Para hallar el **rango** de la función racional se despeja la variable **“x”** en función de **“y”** y se hace el mismo procedimiento que para hallar el dominio.

Como y = f(x) nos queda que:

$$f(x) = \frac{1}{x} \qquad\qquad x = \frac{1}{f(x)}$$

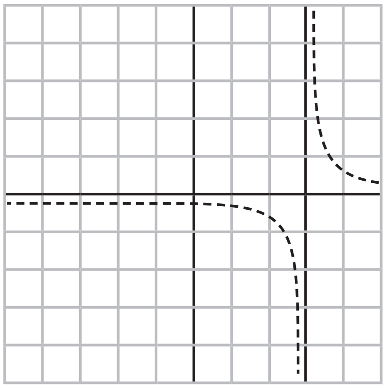
Luego f(x) debe ser diferente de 0 ($f(x) \neq 0$), por lo tanto el Rango de la función en cuestión, es el conjunto de todos los números reales menos el 0. **Ranf(x) = IR - { 0 }**.

En el caso de la función f(x) = 2/(x-3) cuya gráfica es la que se presenta a la izquierda, el Dominio se halla de la misma forma:

a. Igualamos el denominador a cero.

$$f(x) = \frac{2}{x - 3}$$

Recuerda que en este caso se anula el denominador cuando el binomio x - 3 = 0 ¿cuál debe ser el valor de x?



x - 3 = 0, x = 3

El Dominio y el Rango se determina de la forma siguiente:

Dominio

Dom f(x) = IR - { 3 }

Rango

Despejamos x en la ecuación:

$$f(x) = \frac{2}{x - 3} \qquad f(x) \cdot (x - 3) = 2,\ (x - 3) = \frac{2}{f(x)}\ ,\ x = \frac{2}{f(x)} + 3$$

Aquí también aplicamos el criterio de que f(x) = y debe ser diferente de 0, por lo que el Rango queda definido de la forma siguiente.

Ran f(x) = IR - { 0 }

1. Escribe ejemplos de funciones racionales cualesquiera sean los casos

2. Hallar el dominio y el rango de las siguientes funciones racionales:

a. $\dfrac{(x+1)}{(2x^2-x-1)}$ b. $\dfrac{(x^3+x^2)}{(2x^2+x)}$ c. $\dfrac{(x^2-2x+2)}{(x-1)}$

d. $\dfrac{x}{(x-2)^2}$ e. $\dfrac{x}{(x+1)}$ f. $\dfrac{(1-x)}{(1-x)}$

3. Haz el estudio completo de las siguientes funciones racionales:

a. $f(x) = \dfrac{2}{x - 3}$ b. $f(x) = \dfrac{-5}{x + 1}$